

## 5.6. Substitution der FM-Demodulation

In den vorangehenden Absätzen wurde davon ausgegangen, daß die VOR-Referenzphase im Empfänger durch eine vollständige FM-Demodulation des 9.96-kHz-Subträgers bereitgestellt werden muß. Eine genauere Untersuchung des FM-Spektrums dieses Subträgers (S. 96) zeigt jedoch, daß der gesuchte Referenzphasenwinkel (bei geeigneter Wahl der Abtastfrequenz) auch direkt aus den komplexen Linien im FM-Spektrum berechnet werden kann.

- ➔ Der Kerngedanke für die Substitution der FM-Demodulation des 9.96-kHz-Subträgers ist die Auswertung einer Linie oder mehrerer Linien des FM-Besselspektrums nach ihrer Phase.

Bild 83 zeigt das Signal der Summe aus FM-moduliertem 9.96-kHz-Subträger und Umlaufphasensignal am Eingang der VOR-Signalauswertung<sup>25</sup> von Bild 81. Außerdem ist das Rechteckfenster der Abtastwerte eines Blocks für die DFT (RFFT in Bild 82) dargestellt. Die zeitliche Lage des Fensters ist relativ zu den Phasenbezugspunkten nicht determiniert und muß über den Verschiebungswinkel  $\varphi_1$  bestimmt werden.

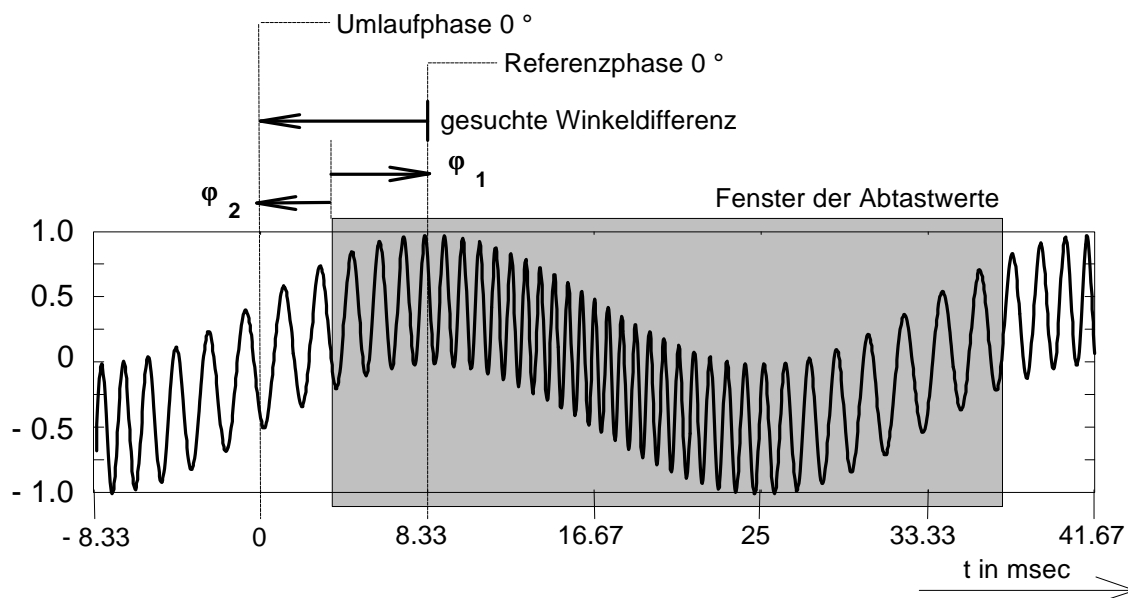


Bild 83: Der qualitative Verlauf des Signals  $x(t)$  nach der AM-Demodulation am Eingang der VOR-Signalauswertung. Das Fenster der Abtastwerte beginnt zu einem zufälligen Zeitpunkt.

Die Länge des Blocks wird zunächst auf 1024 Abtastwerte festgelegt. Tabelle 11 zeigt, daß alle im VOR-Signal enthaltenen Frequenzen Vielfache der Grundfrequenz von 30 Hz sind.

<sup>25</sup> Siehe auch Bild 8, Seite 12.

Multiplikator von 30 Hz	Frequenz (Hz)	Bedeutung
16	480	FM-Hub
316	9480	Subträger - Hub
332	9960	Subträger
348	10440	Subträger + Hub
(512)	(15360)	( $f_s/2$ )

Tabelle 11: Die Vielfachen von 30 Hz

Unter der Voraussetzung <sup>26</sup> der Wahl der Abtastrate zu

$$f_s = 30\text{Hz} \cdot 2^{10} = 30.72 \text{ kHz} \quad (5.25)$$

ist gewährleistet, daß

1. alle VOR-Spektralanteile <sup>27</sup> exakt durch die diskreten Linien der DFT (Bild 85) erfaßt werden,
2. kein Leckeffekt (Leakage) entsteht <sup>28</sup> und
3. daß das Betragsspektrum unabhängig von  $\varphi_1$  ist.

Punkt 3. ermöglicht die vorteilhafte Anwendung des Verschiebungssatzes der DFT, nach dem die Korrespondenzen

$$x(t) \supset \underline{X}(f) \text{ und } x(t-t_d) \supset e^{-j\omega t_d} \cdot \underline{X}(f) \quad (5.26)$$

gelten. Das diskrete Fourierspektrum der um die Zeitdauer  $t_d$  verschobenen und dann mit  $1/T_s$  abgetasteten Funktion  $x_{ref}(nT_s-t_d)$  erhält mit dem Verschiebungswinkel  $\mathbf{j}_1 = \frac{2\mathbf{p} t_d}{N T_s}$  nach Bild 83 die Form

$$\underline{X}_d(k) = \underbrace{\left[ e^{-j k \mathbf{j}_1} \right]}_{D(k)} \cdot \underbrace{\sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j 2\mathbf{p} \frac{nk}{N}}}_{\underline{X}_{ref}(k)}, \quad 0 \leq \mathbf{j}_1 \leq 2\mathbf{p} \quad (5.27)$$

Da zur Bestimmung des gesuchten Verschiebungswinkels  $\varphi_1$  aus (5.27) nur  $k \cdot \mathbf{j}_1 \pmod{2\mathbf{p}}$  ermittelt werden kann, wird der Differenzwinkel zweier aufeinanderfolgender Spektrallinien in der Form

$$\mathbf{j}_1 = \left[ \text{arc}(\underline{X}_d(k+1)) - \text{arc}(\underline{X}_d(k)) \right] + \left[ \text{arc}(\underline{X}_{ref}(k)) - \text{arc}(\underline{X}_{ref}(k+1)) \right] \quad (5.28)$$

<sup>26</sup> Und bei zeit invarianten Signal parametern während der Auswertung, d.h. bei zu vernachlässigender Bewegung des Luftfahrzeugs während einer Messung.

<sup>27</sup> Das VOR-Subträgerspektrum ist in jedem Fall ein diskretes Linienspektrum, siehe S. 98.

<sup>28</sup> D.h., daß die periodische Fortsetzung durch Abtastung und Blockbildung genau mit dem Originalsignal zusammenfällt.

gebildet. Der rechte Klammerausdruck ist während des Betriebes konstant und muß nur einmal bei der Geräteentwicklung berechnet werden.

Da im Phasenspektrum von  $x_{\text{ref}}(t)$  nur  $90^\circ$ -Sprünge vorkommen, muß eine Korrektur um  $90^\circ$  angebracht werden, wenn ein benachbartes Linienpaar für die Differenzbildung gewählt wird. Bild 85 zeigt die Fouriertransformierte von  $x_{\text{ref}}(t)$  aus Gleichung (2.3).

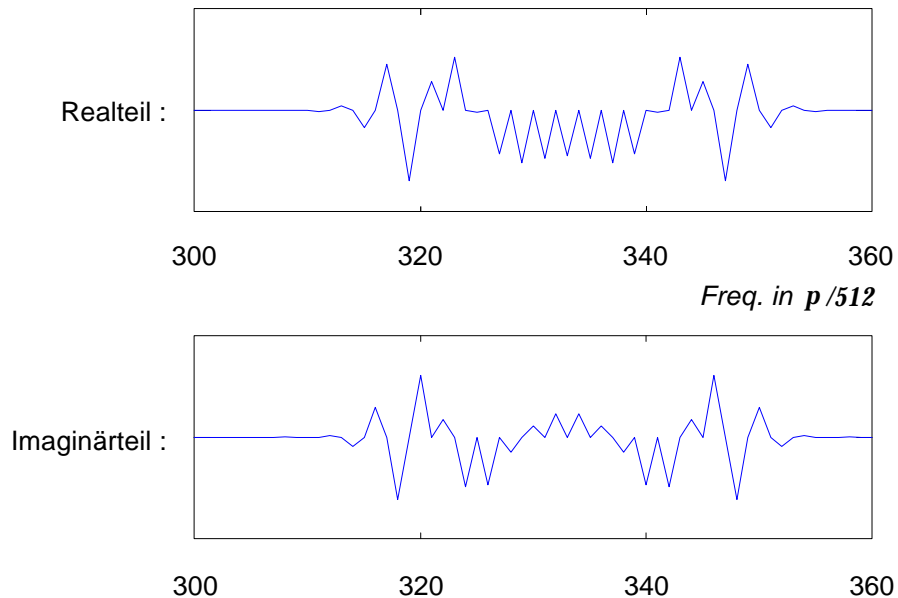


Bild 84: Spektrum des VOR-Subträgers  $x_{\text{ref}}(t)$  für  $\varphi_1=0^\circ$ , kartesisch

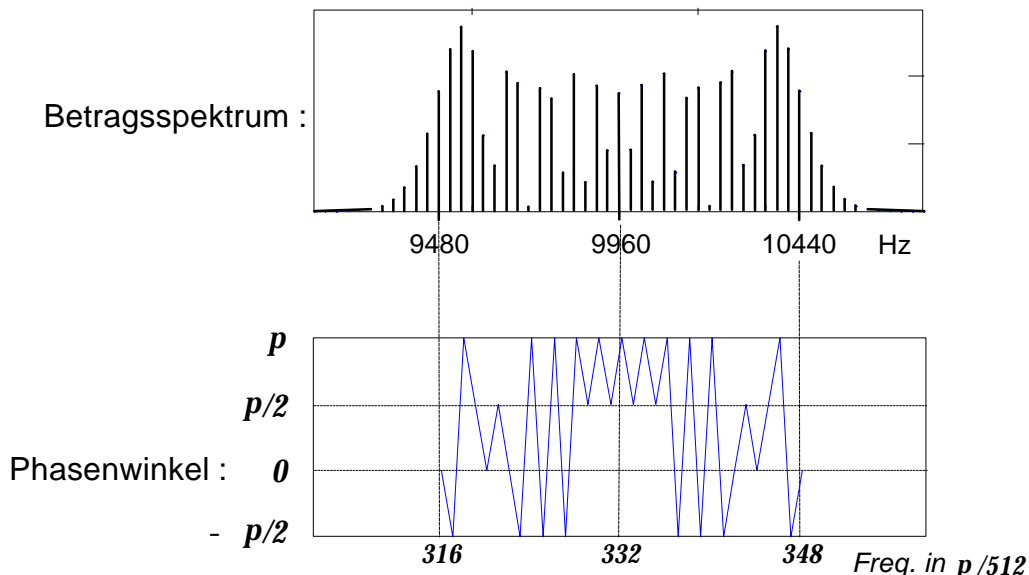


Bild 85: Das Spektrum des VOR-Subträgers  $x_{\text{ref}}(t)$  für  $\varphi_1=0^\circ$ , nach Betrag und Phase dargestellt.

Der Verschiebungswinkel  $\varphi_1$  kann also, wie Gleichung (5.27) zeigt, direkt durch die Auswertung der komplexen Linien bei den signifikanten Frequenzen bestimmt werden. Hierzu werden die DFT-Koeffizienten von  $x_{\text{ref}}(k)$  an den Stellen bestimmt, an denen nebeneinanderliegende Linien einen hohen Betrag aufweisen, z.B. an den Stellen  $k=316$  und  $k+1=317$ . Bei  $k=316$  liegt im Spektrum die Frequenz, die durch die Differenz von Subträger-Frequenz und Frequenz-Hub

bestimmt wird (vergl. Tabelle 11, mit N=1024). Der gesuchte Winkel ist in diesem Beispiel

$$j_1 = \underbrace{\text{arc}(X_d(317)) - \text{arc}(X_d(316))}_{\text{Winkeldifferenz}} + \underbrace{\frac{p}{2}}_{90^\circ\text{-Korrektur}} \quad (5.29a)$$

Die Auswertung der 30 Hz-Linie nach der DFT des Datenblocks liefert direkt den Winkel  $\varphi_2$ . Das gesuchte Radial, also der Winkel zwischen Mißweisend-Nord und dem Empfangsort, läßt sich nun abschließend zu

$$j_{VOR} = j_2 - j_1 + j_k \quad (5.29b)$$

bestimmen. Der Winkel  $\varphi_k$  stellt die Kompensation aller konstanten Systemfehler (analoge Filterfrequenzgänge, etc.) dar.  $\varphi_k$  kann auch mit der 90°-Korrektur zusammengefasst werden.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die FM-Demodulation des 9.96-kHz-Subträgers vollständig substituiert werden konnte. Zur Bestimmung von  $j_{VOR}$  müssen nur die Winkel von drei Spektrallinien bestimmt und addiert werden. Bild 86 zeigt den endgültigen Signalflußgraphen dafür.

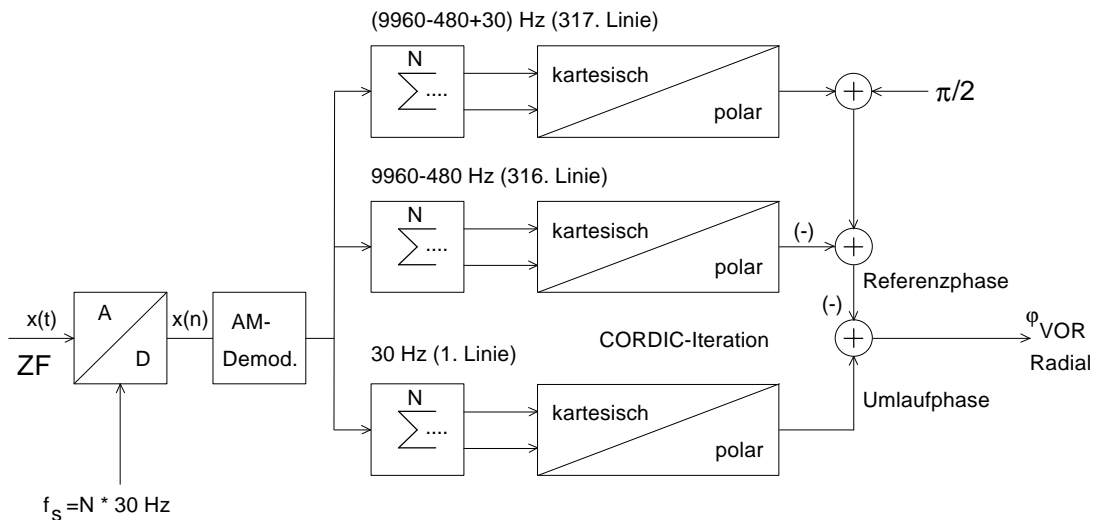


Bild 86: Signalflußdiagramm für die VOR-Signalauswertung mit substituiertem FM-Subträger-Demodulation. Die Summen-Blöcke deuten hier die Bildung eines Spektralwertes an.

### 5.7. Der Einfluß der Dopplerverschiebung

Zu untersuchen ist noch der Fehler durch die Dopplerverschiebung der Trägerfrequenz des VOR-Signals. Ausgehend von einer radialen Flugbewegung in Richtung VOR-Station mit einer Geschwindigkeit  $v_x$  von 200 kts (ca. 370 km/h), verschiebt der Dopplereffekt

$$\Delta f_{rx} \approx \frac{f_{tx} \cdot v_x}{c} \quad , \quad da \quad c \gg v_x \quad \text{siehe auch (2.5)}$$

die Trägerfrequenz (114 MHz) um  $\Delta f_{rx} \approx +39 \text{ Hz}$ . Das entspricht einem Frequenzfehler von  $4 \cdot 10^{-3}$ . Dieser Wert ist durchaus zu vernachlässigen, da der HF-Träger durch die AM-Demodulation unterdrückt wird.

Weiterhin verschieben sich durch den Dopplereffekt wegen seiner linearen Frequenzabhängigkeit die spektralen Komponenten des VOR-Basisbandsignals in unterschiedlichem Maße. Die Subträgerfrequenz wird um

$$\Delta f_{ref} = \frac{v_x}{c} 9,96 \text{ kHz} \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ Hz} \quad (5.30)$$

gegen die Trägerfrequenz verschoben. Der aus dieser Frequenzverschiebung resultierende Phasenfehler ist ebenfalls zu vernachlässigen, da er zu einem Winkelfehler<sup>29</sup> von  $-0.1^\circ$  an der Stelle  $f=9480 \text{ Hz}$  führt, aber wegen gleicher Vorzeichen an der Stelle  $f=9510 \text{ Hz}$  (siehe Gl. 5.29) wieder herausfällt.

## 5.8. Abschätzung von Rauscheinflüssen

In den vorangegangenen Absätzen wurde gezeigt, wie der gesuchte Winkel  $j_{VOR}$  durch Auswertung von drei diskreten Linien der DFT des VOR-Signals gewonnen werden kann. Im folgenden werden die Einflüsse von Rauschen auf die Ergebnisse der VOR-Signalauswertung untersucht. Im folgenden gelten die Zuordnungen :

$x_{VOR}$  sei das AM-demodulierte VOR-Signal.  
 $x_R$  sei ein störendes weißes Rauschsignal.

$f_1 = 30 \text{ Hz}$  (1. Linie)  
 $f_2 = 9480 \text{ Hz}$  (316. Linie)  
 $f_3 = 9510 \text{ Hz}$  (317. Linie)

Additiv überlagertes Rauschen äußert sich bei dem hier vorgestellten Verfahren zur VOR-Signalauswertung als Vektor-Addition eines Störzeigers zum Zeiger des Nutzsignals, weil nur komplexe Zeiger an bestimmten diskreten Frequenzen ausgewertet werden. Da es bei der Signalauswertung vor allem auf die Phasenwinkel ankommt und nicht auf den Betrag, können zwei Extremfälle qualitativ in Bild 87 angegeben werden.

Obwohl keine Wahrscheinlichkeit dafür besteht, daß ein harmonisches Signal einer diskreten Frequenz mit einer bestimmten Amplitude in einem Rauschsignal vorkommt, darf ein Zeiger gezeichnet werden, da in der Praxis ein sehr schmaler Frequenzbereich (30 Hz) betrachtet wird.

---

<sup>29</sup> Genau genommen in bezug auf die Frequenz des Umlaufphasensignals : Trägerfrequenz+30 Hz .

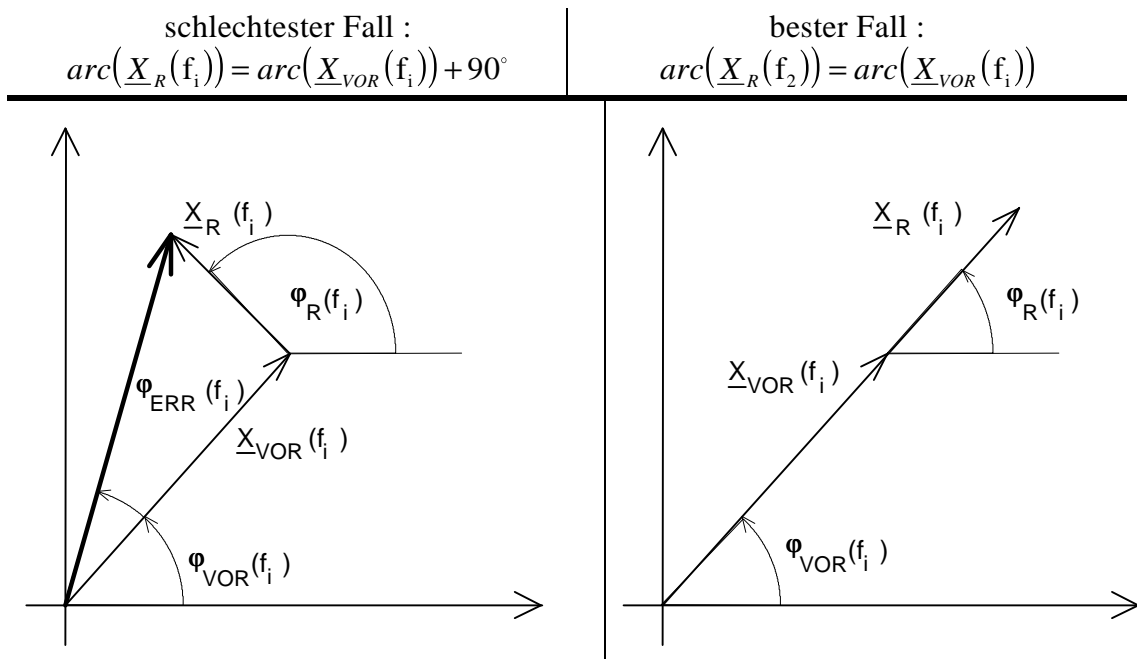


Bild 87: Die Vektoraddition von Nutzsinal  $\underline{X}_{VOR}$  und Rauschanteil  $\underline{X}_R$  bei einer diskreten Frequenz ( $f_i$ ).

Wie in Bild 87 zu erkennen ist, hängt der Winkelfehler  $\varphi_{ERR}(f_i)$  nicht nur von der Amplitude des Rauschsignals bzw. von dessen Betrag bei einer bestimmten Frequenz ( $f_i$ ) ab, sondern auch vom Momentanwinkel dieses Rauschanteils während einer Messung. Für den Gesamtwinkel (siehe auch Gl. 5.29) kann deshalb

$$\begin{aligned}
 \mathbf{j}_{VOR} &= [\mathbf{j}_{VOR}(f_1) + \mathbf{j}_{ERR}(f_1)] \\
 &+ [\mathbf{j}_{VOR}(f_3) + \mathbf{j}_{ERR}(f_3)] \\
 &- [\mathbf{j}_{VOR}(f_2) + \mathbf{j}_{ERR}(f_2)] + \mathbf{j}_k
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

angesetzt werden. Für die Berechnung des maximal möglichen Winkelfehlers  $\mathbf{j}_{ERR}(f_i)$  ist die Bestimmung der Amplitudenverhältnisse zwischen Nutz- und Störsignal notwendig. In der Praxis hat sich der folgende vereinfachte Ansatz durchgesetzt

$$SNR = 20 \log \left[ \frac{|\underline{X}_{VOR}(f_i)|}{|\underline{X}_R(f_i)|} \right] = 20 \log [s(f_i)] \quad \text{in dB} \tag{5.32}$$

in dem nur der kürzeste Abstand der Beträge zweier spektraler Komponenten bewertet wird. Der maximal mögliche Fehler durch überlagertes Rauschen kann jetzt zu

$$\mathbf{j}_{ERR_{max}}(f_i) = \arcsin \left( \frac{1/s(f_i)}{\sqrt{1 + s(f_i)^{-2}}} \right) \tag{5.33}$$

bestimmt werden, darin ist  $s(f_i)$  der lineare Signal-Störabstand an der Stelle  $f_i$ . Der maximale Winkelfehler kann einen Wert von  $45^\circ$  erreichen, wenn das  $SNR=0$  dB ist ( $s(f_i)=1$ ) und der Zeiger des Störsignals senkrecht auf dem Zeiger des Nutzsignals steht.

Im folgenden ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung für zwei Fälle (SNR=20dB und 35dB) angegeben. Bild 88 wurde durch numerische Auswertung von zehntausend Versuchen ermittelt. Dazu wurde eine Gleichverteilung der Winkel sowie eine Normalverteilung der Amplituden angenommen.

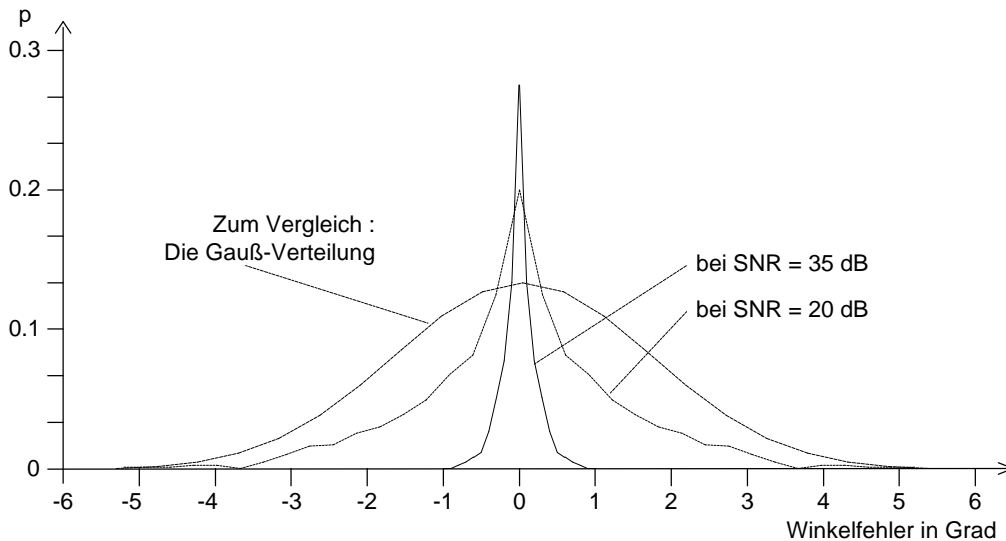


Bild 88: Die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $p$  des Winkelfehlers  $\varphi_{ERR}(f_i)$  für zwei verschiedene Störabstände. Zum Vergleich der Kurvenformen wurde auch die Form der Gauß'schen Normalverteilung eingetragen.

$$\mathbf{j}_{ERR \max}(f_i, SNR = 35 \text{ dB}) = 1.02^\circ \quad \mathbf{j}_{ERR \max}(f_i, SNR = 20 \text{ dB}) = 5.71^\circ$$

Dadurch, daß der gleichverteilte Winkel des Störsignals nicht-linear in den Fehler eingeht, ergibt sich die günstigere Fehlerverteilung aus Bild 88. Die Form der Fehlerverteilung weicht stark von der zum Vergleich eingezeichneten Form der Gauß-Glocke ab.

Der Gesamtfehler der VOR-Signalauswertung ist das arithmetische Mittel der drei Einzelfehler.

$$\mathbf{j}_{ERR} = \frac{\sum_{i=1}^3 \mathbf{j}_{ERR}(f_i)}{3} \quad (5.34)$$

Der Rausch-Einfluß verringert sich durch die Mittelwertbildung. Anzumerken ist auch, daß die in Bild 88 zugrundegelegten SNRs im Vergleich zu herkömmlichen Empfängern sehr niedrig sind.

## 5.9. Rechenzeitabschätzung der DFT-Methode

Eine kurze Rechenzeitabschätzung beschließt das Thema VOR-Empfang. Der Zeitbedarf für die vollständige VOR-Winkel-Auswertung setzt sich aus drei Anteilen zusammen.

1. Der erste Anteil enthält die Zeit für die Aufnahme eines Datenblocks durch Abtastung des Eingangssignals. Die Zeitdauer hierfür hängt nicht vom verwendeten Prozessor ab und beträgt bei Auswertung von vier 30-Hz-Perioden ca. 133 Millisekunden. Da die Datenakquisition aus programmtechnischer Sicht interruptgesteuert im Hintergrund abläuft und pro Abtastwert nur 300 Nanosekunden benötigt, wird sie bei der Rechenzeitabschätzung vernachlässigt. Der Prozessor ist im übrigen während der Zeit der Datenaufnahme weitgehend für andere Aufgaben einsetzbar.
2. Der zweite Anteil enthält die Rechenzeit für die AM-Demodulation des Signals. Diese hängt von der Abtastrate ab. Da aber auch die AM-Demodulation während der Datenaufnahme in der Interrupt-Routine durchgeführt werden kann, ist sie nach Aufnahme der Daten bereits abgeschlossen.
3. Der dritte Anteil umfasst die eigentliche Auswertung des Datenblocks mit Hilfe des beschriebenen Verfahrens. Dieser Anteil benötigt ca. zwei Millisekunden Rechenzeit. Zugrunde gelegt wurde die Verwendung eines 20-MHz-Motorola-Signalprozessors DSP56001.

Legt man eine Einschwingzeit des gesamten HF-Teils nach einem Frequenzwechsel von weniger als einer Millisekunde zugrunde, erkennt man, daß die Datenakquisition mit 133 Millisekunden die meiste Zeit verbraucht. Pro Sekunde können also mehr als sieben VOR-Winkel gemessen werden. Die eingangs aufgestellte Zeit-Anforderung an den digitalen Empfänger wird also erfüllt, und das Verfahren darf als extrem schnell bezeichnet werden.

## 5.10. Resümee zur VOR-Signalauswertung

In den vorangegangenen Absätzen wurde ein neues Verfahren zur Demodulation des VOR-Signals vorgestellt. Das Verfahren erlaubt es vor allem, auf den aufwendigen Schaltungsteil zur FM-Demodulation im Funknavigationsempfänger zu verzichten. Im besonderen wird damit auch das Problem der AM-Unterdrückung im FM-Demodulator analoger Empfangskonzepte beseitigt, da die vorgestellte Methode die Beträge der Spektralkomponenten nicht benötigt. Dadurch ist das Verfahren auch störunanfälliger als analoge Konzepte.

## 5.11. ILS-Auswertung

Die Auswertung der ILS-Information beschränkt sich auf die Berechnung der DDM nach einer AM-Demodulation des zeitdiskreten Empfangssignals.

$$DDM = m(x_{90}) - m(x_{150}) \quad (5.35)$$

Um die digitale ILS-Auswertung durchzuführen, muß das Basisbandsignal mit

$$f_s = N \cdot \text{ggT}(90\text{Hz}, 150\text{Hz}), \quad N \gg 1, \quad N \in \mathbb{N} \quad (5.36)$$

abgetastet werden. Wenn  $N=1024$  ist und da  $\text{ggT}(90, 150)=30$  ist, kommt wie in Gl. (5.25) eine Abtastrate  $f_s=30.72$  kHz in Frage. Bild 89 zeigt das Prinzip der digitalen ILS-Auswertung. Das AM-demodulierte Empfangssignal wird fouriertransformiert, wobei wie bei der VOR-Auswertung nur zwei DFT-Summanden gebildet werden.

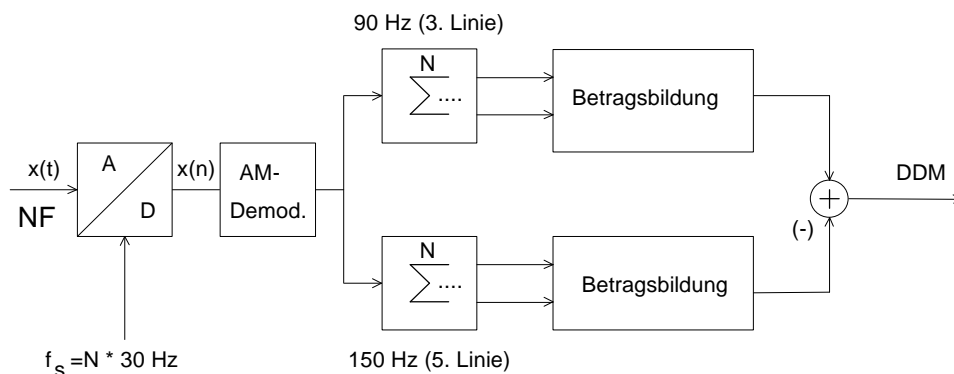


Bild 89: Die diskrete ILS-Auswertung nach AM-Demodulation mit  $N=1024$ .

Die Anwendung von Methoden der DSV ermöglicht jedoch eine weitere Möglichkeit der ILS-Auswertung. Im folgenden soll deshalb gezeigt werden, wie unter bestimmten Voraussetzungen die AM-Demodulation umgangen werden kann, um damit den Aufwand des Systems weiter zu reduzieren. Betrachtet man das AM-modulierte ILS-Signal im Zeitbereich

$$\begin{aligned}
 x_{ILS}(t) = \hat{u}_c & \left[ \underbrace{\cos(\mathbf{w}_c t)}_{\text{Träger}} \right. \\
 & + \underbrace{\frac{m(x_{90})}{2} \cos(2\mathbf{p}(f_c - 90)t)}_{\text{unteres 90Hz-Seitenband}} + \underbrace{\frac{m(x_{90})}{2} \cos(2\mathbf{p}(f_c + 90)t)}_{\text{oberes 90Hz-Seitenband}} \\
 & \left. + \underbrace{\frac{m(x_{150})}{2} \cos(2\mathbf{p}(f_c - 150)t)}_{\text{unteres 150Hz-Seitenband}} + \underbrace{\frac{m(x_{150})}{2} \cos(2\mathbf{p}(f_c + 150)t)}_{\text{oberes 150Hz-Seitenband}} \right], \quad (5.37)
 \end{aligned}$$

so erkennt man, daß das Signal aus fünf diskreten Spektralanteilen besteht und damit bandbegrenzt ist. Um den Aufwand in der ILS-Auswertung zu reduzieren, kann das ILS-Signal  $x_{\text{ILS}}$  im Frequenzbereich nach unten verschoben werden und die Auswertung direkt an einer der 90 Hz- bzw. 150 Hz-Seitenbandlinien vorgenommen werden. Die gewünschte Verschiebung findet statt, indem das ZF-Signal des Empfängers unterabgetastet wird, wobei die Unterabtastung des bandbegrenzten ZF-Signals einer Faltung mit der Abtastrate  $f_s$  entspricht.  $f_{c3}$  ist

$$f_{c3} = f_{c2} - n \cdot f_s \text{ mit } n \in \mathbb{N} \text{ und } f_s < f_{c2} . \quad (5.38)$$

Darin ist  $f_{c2}=455$  kHz die zweite analoge ZF-Frequenz und  $f_{c3}$  die Trägerfrequenz nach der Unterabtastung. Die AM-Demodulation in Bild 89 wird substituiert, indem die DFT-Summen an den Stellen  $f_{c3}-90\text{Hz}$  und  $f_{c3}-150\text{Hz}$  gebildet werden, um dann deren Beträge zu subtrahieren. Die Auswertung einzelner Linien ist zulässig, da die Amplituden der beiden Seitenbänder eines AM-modulierten, ungestörten Signals mit linearer analoger Vorverarbeitung identisch sind.

Problematisch ist bei dieser Methode, daß sich die Doppler-Verschiebung  $\Delta f_d$  des ILS-HF-Trägers ( $f_c \approx 110$  MHz) wegen der Mischprozesse

$$(f_c + \Delta f_d) \xrightarrow{1. \text{ZF}} (f_{c1} + \Delta f_d) \xrightarrow{2. \text{ZF}} (f_{c2} + \Delta f_d) \xrightarrow{\text{Abtastung}} (f_{c3} + \Delta f_d)$$

als konstanter Summand in das Basisband fortpflanzt. Die Doppler-Verschiebung ist bei Annäherung an einen ILS-Sender immer positiv und erreicht Werte um +40 Hz (S. 106), sie darf deshalb nicht vernachlässigt werden.

Das für die ILS-Auswertung vorgeschlagene Verfahren ist also nur anzuwenden, wenn entweder die Abtastrate  $f_s$  um den Betrag der Doppler-Verschiebung korrigiert wird, oder bei fester Abtastrate, die um die Doppler-Shift verschobenen Spektral-Linien ausgewertet werden. Wird das digitale Empfangskonzept gemäß Bild 92, S. 115 eingesetzt, so ist sowohl die Korrektur der zweiten Mischfrequenz als auch die Korrektur der Abtastrate in sehr feinen Schritten möglich.

Eine Bestimmung der Doppler-Verschiebung ist dann vor jeder Auswertung notwendig, da die Geschwindigkeit des Luftfahrzeugs nicht als bekannt vorausgesetzt werden kann. Die Doppler-Verschiebung kann über die Auswertung der DFT-Summanden im Bereich von  $f_{c3} + 90\text{Hz}$  bis  $f_{c3} + 200\text{Hz}$  bestimmt werden, da das ILS-Spektrum bekannt ist.